OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ - BRĂILA, 22 februarie 2015
CLASA A IX-A

1. Fie triunghiul ABC înscris într-un cerc de centru O. Fie P şi Q simetricele ortocentrului şi a vârfului A faţă de mijlocul lui (BC). Demonstraţi că $\overrightarrow{OQ}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OP}$

Gazeta Matematică

2. Fie $n\in\mathbb{N}^*$. Aflaţi $x\in\mathbb{Z}$ pentru care $\dfrac{x^{5n}+2x^{2n}-x^n+1}{x^{5n}+x^n-1}\in\mathbb{Z}$.

Carmen şi Viorel Botea, Brăila

3. Fie şirul $(x_n)_{n\geq 1}$, $x_1=\dfrac{1}{2014}$, $x_{n+1}=x_n\left(1+x_1+x_1^2+...+x_1^n\right)$, oricare ar fi $n\geq 1$.

Notăm cu $S=\dfrac{x_1}{x_2}+\dfrac{x_2}{x_3}+...+\dfrac{x_{2014}}{x_{2015}}$. Aflaţi $[S]$.

Carmen şi Viorel Botea, Brăila

4. Fie triunghiul oarecare ABC. Considerăm dreptele $d_1\|AB$, $d_2\|AC$, $d_3\|BC$ şi notăm $d_1\cap(AC)=\{I\}$, $d_1\cap(BC)=\{F\}$, $d_2\cap(AB)=\{D\}$, $d_2\cap(BC)=\{G\}$, $d_3\cap(AB)=\{E\}$, $d_3\cap(AC)=\{H\}$, $d_1\cap d_2=\{A'\}$, $d_1\cap d_3=\{B'\}$, $d_2\cap d_3=\{C'\}$. Presupunem că $\text{Aria}(AEH)=\text{Aria}(CIF)=\text{Aria}(BDG)=\text{Aria}(ADGC)=\text{Aria}(BEHC)=\text{Aria}(AIFB)$.

Aflaţi $\dfrac{Aria(A'B'C')}{Aria(ABC)}$.

Elev Paul Crestez, Brăila